Tentamen Discrete Structuren

donderdag 7 maart 2002, 9 - 12 uur

Elke opgave levert maximaal 9 punten op. Het cijfer is (p/10) + 1, afgerond op gehele en halve waarden, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Wie een 5 of hoger heeft gehaald voor de toets van 28-1-2002, hoeft de eerste 5 opgaven niet te maken: het cijfer voor de toets telt voor de helft mee in het tentamenresultaat. Heb je bij de toets 5 of hoger gehaald en maak je ook de opgaven 1 t/m 5, dan telt het beste resultaat.

NB. Beargumenteer je antwoorden.

1. Bewijs mbv. een lineair geannoteerd bewijs:

$$(p \wedge (q \to r)) \leftrightarrow ((p \to q) \to (p \wedge r))$$

2. Bewijs met volledige inductie over N:

$$\sum_{i=0}^{n}(2i+1) = (n+1)^2$$

3. Bewijs: de som van een rationaal en een irrationaal getal is irrationaal.

4. a. Definieer: propositie p is een invariant van de loop `while g do S`.
   b. m, n zijn gehele getallen. Laat zien dat $n \geq 0$ een invariant is van

```
while  m > 0  do
  n := n * (m - 1) * (n + m)
```

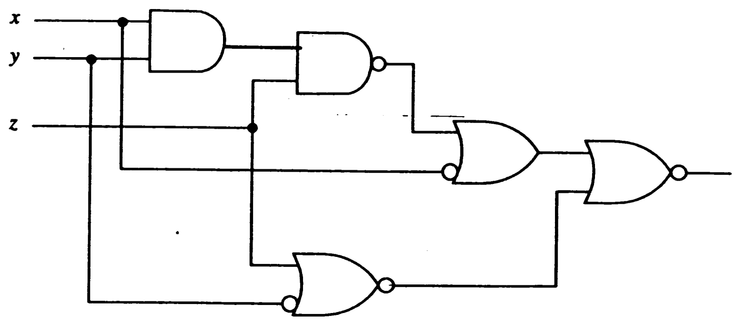
5. Geef een expliciete formule voor s_n, gegeven door

$$s_0 = 1$$
$$s_1 = 2$$
$$s_n = s_{n-1} + s_{n-2} \quad \text{voor} \quad n \geq 2$$

Z.O.Z.

6. Deze opgave gaat over eindige ongerichte grafen G.
De graad $deg(v)$ van een knoop $v \in V(G)$ is gedefinieerd als het aantal kanten dat met v verbonden is, waarbij loops dubbel tellen. Formuleer en bewijs een formule over het aantal kanten van de graaf in termen van deg.

7. a. Beschrijf de Boole-functie die met onderstaand netwerk overeenkomt.
b. Geef een equivalent netwerk met slechts twee poorten (elk met twee ingangen).



8. $(X, \leq)$ is een partieel geordende verzameling, met $x, y, z \in X$. Geef definities (in logische notatie) van de volgende begrippen.
a. x is maximaal element in X.
b. x is het grootste element van X.
c. x is bovengrens van y en z.
d. x is kleinste bovengrens van y en z.

9. Bewijs mbv. een geannoteerd lineair bewijs

$$\neg\forall x(p(x) \to q(x)) \Rightarrow \neg(\forall x q(x) \vee \neg\exists y p(y))$$

10. Laat mbv. een tegenvoorbeeld zien dat

$$\forall x(p(x) \to q(x)) \Rightarrow (\forall x q(x) \vee \neg\exists y p(y))$$

niet algemeen geldt.